

更多考试真题
请扫码获取



C. $\alpha_1 - 2\alpha_2$

D. $2\alpha_1 - \alpha_2$

6. 若齐次线性方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & t \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 的基础解系含有两个解向量, 则 $t =$ ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

7. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 且秩(A) = 秩(B), 则必有 ()

A. A 与 B 相似

B. A 与 B 等价

C. A 与 B 合同

D. $|A| = |B|$

8. 设 3 阶矩阵 A 的三个特征值是 1, 0, -2, 相应的特征向量依次为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

令 $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $P^{-1}AP =$ ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & -2 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -2 & & \\ & 0 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -2 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & -2 \end{pmatrix}$

9. 设 λ_0 是可逆矩阵 A 的一个特征值, 则 $2A^{-1}$ 必有一个特征值是 ()

A. $\frac{1}{2}\lambda_0$

B. $\frac{1}{2\lambda_0}$

C. $2\lambda_0$

D. $\frac{2}{\lambda_0}$

10. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_4^2 + 2x_1x_2$ 的秩为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

11. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, A_{ij} 表示 D 中 (i, j) 元素 (i, j=1, 2, 3, 4) 的代数余子式, 则

$$A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$12. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$13. \text{若 } A, B \text{ 均为 } 3 \text{ 阶矩阵, 且 } |A| = 2, B = -3E, \text{ 则 } |AB| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$14. \text{若向量组 } \alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (2, t, 4), \alpha_3 = (0, 0, 6) \text{ 线性相关, 则 } t = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$15. \text{设矩阵 } A = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } a_ib_i \neq 0 (i=1, 2, 3). \text{ 则秩}(A) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$16. \text{设 } A \text{ 是 } n \text{ 阶矩阵, 秩}(A) < n, \text{ 且 } A^* \neq 0, \text{ 则齐次线性方程组 } Ax=0 \text{ 的基础解系中所含解向量的个数为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$17. \text{设 } A \text{ 为 } n \text{ 阶矩阵, 若齐次线性方程组 } Ax=0 \text{ 只有零解, 则非齐次线性方程组 } Ax=b \text{ 的解的个数为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$18. \text{已知 } n \text{ 阶方阵 } A \text{ 与 } B \text{ 相似, 且 } B^2 = E. \text{ 则 } A^2 + B^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$19. \text{设 } A \text{ 为 } n \text{ 阶矩阵, 若行列式 } |5E - A| = 0, \text{ 则 } A \text{ 必有一特征值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$20. \text{二次型 } 2x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 2x_2x_3 \text{ 的规范形是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、计算题 (本大题共 6 小题, 每小题 8 分, 共 48 分)

$$21. \text{计算行列式 } \begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & a+b & a \\ a+b & a & b \end{vmatrix} \text{ 的值.}$$

$$22. \text{设 } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \text{ 矩阵 } X \text{ 满足方程 } AX = B^T, \text{ 求 } X.$$

23. 求下列向量组的秩和一个最大线性无关组.

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

24. 确定 λ , μ 的值, 使线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = \lambda \\ x_2 + 2x_3 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = \mu \end{cases}$$
 有解.

25. 已知向量 $\alpha_1 = (-1, 1, 1)^\top$, $\alpha_2 = (1, 0, 1)^\top$, 求一单位向量 α_3 , 使 α_3 与 α_1 , α_2 都正交.

26. 用正交变换化二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$ 为标准形, 并写出所用的正交变换.

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

27. 设 A 是 n 阶方阵, $|A| \neq 0$, 证明 $|A^*| = |A|^{n-1}$.

28. 已知 n 阶方阵 A 的各行元素之和均为 a , 证明向量 $x = (1, 1, \dots, 1)^T$ 为 A 的一个特征向量, 并求相应的特征值.