

第七章 方差分析

第一节 方差分析引论

第二节 单因素方差分析

第三节 多因素方差分析

引例

某市园林部门准备采购一批割草机，经比较相关产品介绍资料，将目标锁定在功率相同的A、B、C三个品牌上。为实际考查产品的工作效率，园林部门挑选了30名工人，随机分为3组，分别使用三种品牌的割草机样机进行作业，并记录下单位时间割草面积。现在该部门需要判断哪个品牌产品的工作效率最高，以确定购买目标。

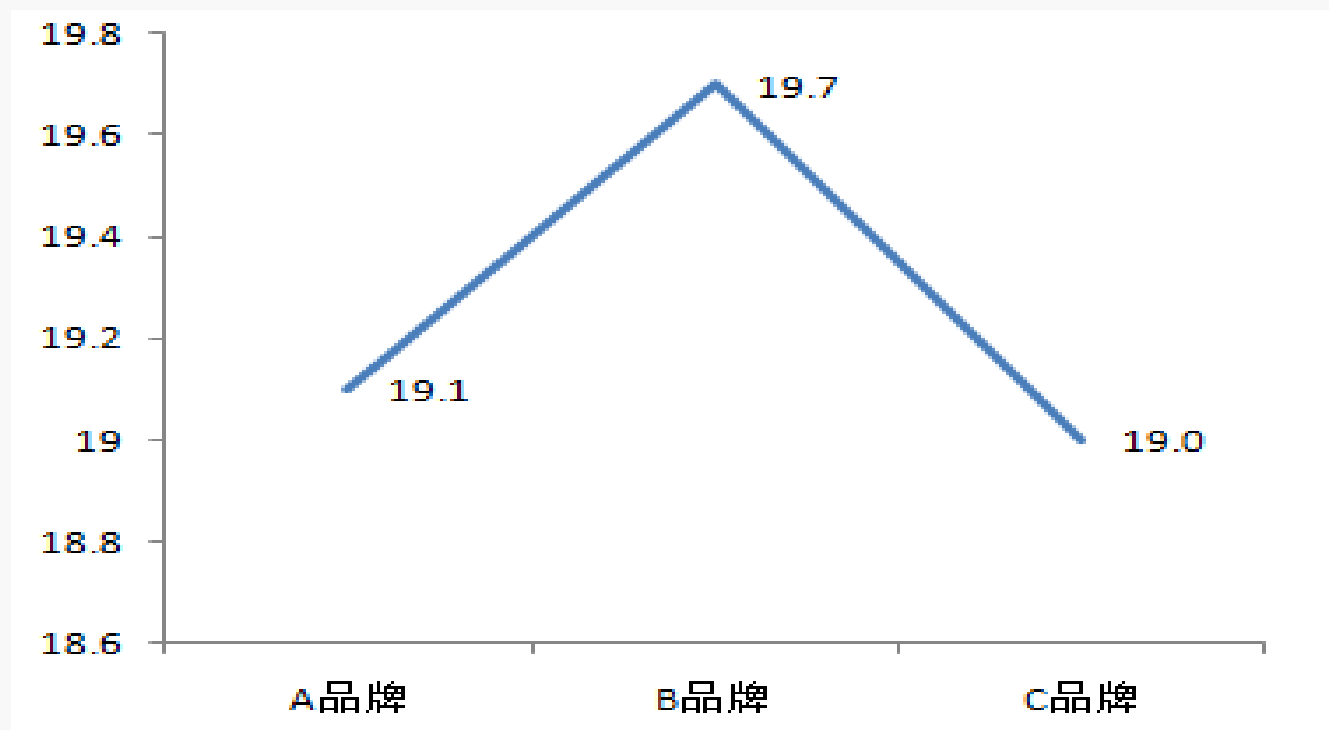


引例

	A	B	C	D
1	序号	单位时间割草面积（平方米）		
2		A品牌	B品牌	C品牌
3	1	18.6	19.2	19.1
4	2	19.3	20.4	18.9
5	3	18.8	19.8	18.2
6	4	19.6	20.5	18.6
7	5	18.1	19.7	19.0
8	6	19.3	19.0	19.0
9	7	19.7	19.4	18.9
10	8	19.8	19.5	19.5
11	9	18.6	19.5	19.8
12	10	19.2	20.0	19.0
13	均值	19.1	19.7	19.0
14	方差	0.309	0.238	0.191



引例



方差分析

用于检验三个或三个以上总体均值是否相等的假设检验方法



第一节 方差分析引论

一、方差分析的基本逻辑

二、方差分析的几个基本术语

三、方差分析的假定



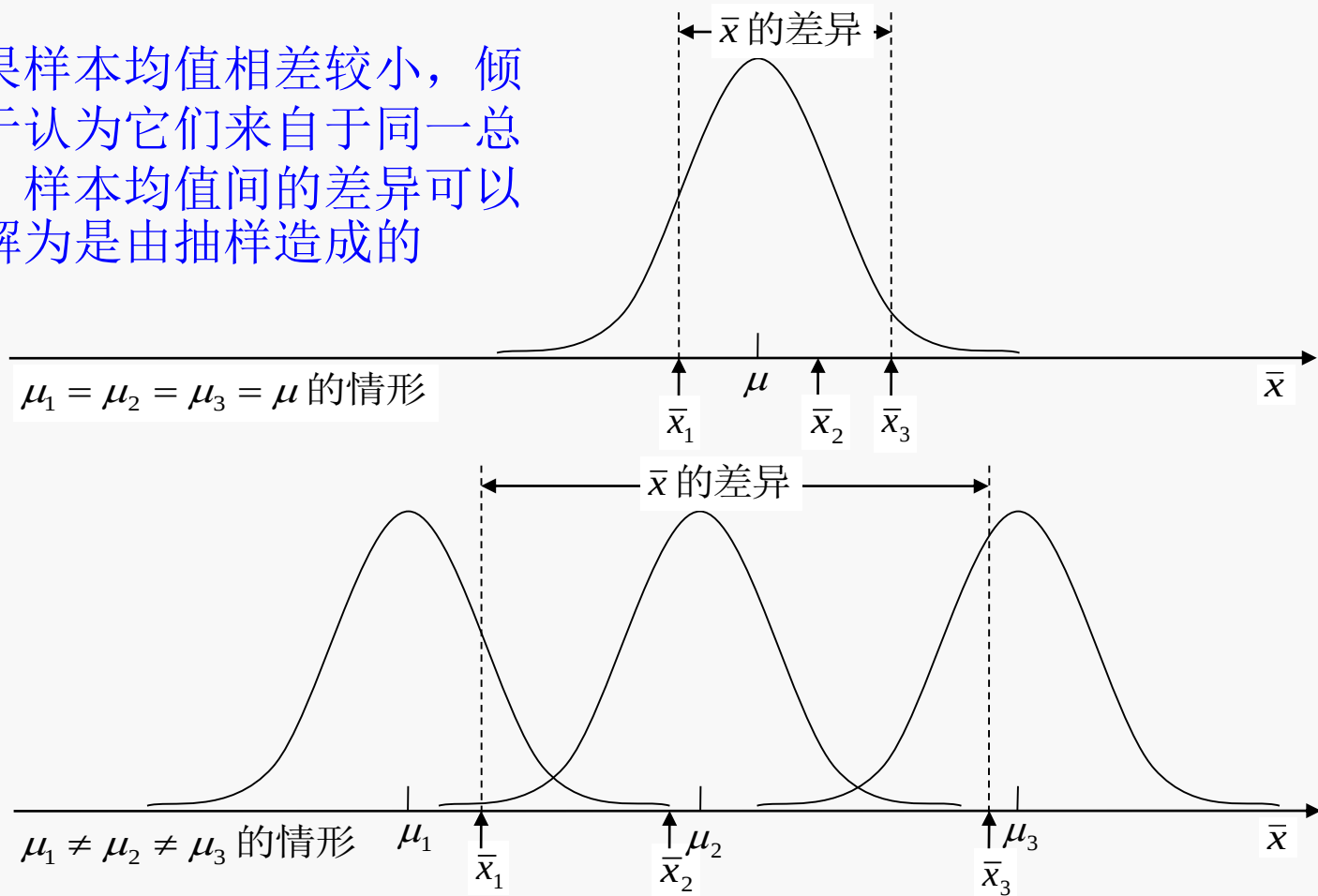
一、方差分析的基本逻辑

（正态总体或样本容量足够大的情况下）

- 若三个样本来自于均值为 μ 的同一总体，则三个样本均值会以 μ 为中心分布；
- 若三个样本分别来自于均值为 μ_1 、 μ_2 、 μ_3 的不同总体，当总体方差相同且样本容量也相同时，三个样本均值的抽样分布分别是以 μ_1 、 μ_2 、 μ_3 为中心的三个正态分布，三个分布的形状相同（即方差相同），但均值不同。



如果样本均值相差较小，倾向于认为它们来自于同一总体，样本均值间的差异可以理解为是由抽样造成的



如果样本均值相差较大，更大的可能是它们来自于不同的总体，即总体的均值是不同的

一、方差分析的基本逻辑

- 实际中，我们并不直接比较样本均值的差异大小（因为有量纲而不可比），而是计算两个方差：总体方差的组间估计MSB和总体方差的组内估计MSW，并通过比较两个方差的比值F的大小来判断总体均值是否相等。
- 其中MSB的大小与各样本均值间的差异有关，而MSW的大小与各样本均值间的差异无关。
- 这样若样本来自不同总体，各样本均值间的差异较大，MSB会偏大导致F值偏大；若样本来自同一总体，计算得到的F值会较小。



二、方差分析的几个基本术语

响应变量

是实验中需要研究的目标变量，为数值型变量。通常也称为因变量（比如在SPSS软件的方差分析界面中）。

因素

也称为因子，是实验中施加影响的变量，既可以是数值型变量，也可以是字符型变量。

背景变量

背景变量指可以观察但不可控的因子，也称为噪声或噪声变量。

水平

指因素的取值。如果因素是字符型变量，则水平就是非数值形式的，如果因素是数值型变量，则水平就可以用数值表示。



二、方差分析的几个基本术语

处理

是水平的组合。单因素情况下，每个水平构成一个处理；多因素情况下，处理是水平的组合。

实验单元

是实验载体的最小单位。

复制

也称重复，是将一个处理施于两个或两个以上实验单元。复制的目的主要在于估计误差，因为没有对误差的估计就无法做出试验结论。

效应

指因子水平变化对响应变量的影响。两因子及两因子以上的试验时，各因子水平对因变量的独立影响称为主效应，而因子间的相互作用对因变量的影响则称为交互效应。



二、方差分析的几个基本术语

在引例中：

响应变量：割草机效率。

因素：割草机品牌。

水平：割草机A、B、C三个品牌。

处理：若引例中增加一个因素：草的品种（甲、乙）则处理为6个，（甲A）、（甲B）、（甲C）、（乙A）、（乙B）、（乙C）。

实验单元：每名操作者就是一个实验单元。

复制：每个品牌割草机均有10名操作者来操作，故每个处理均有10个复制。



三、方差分析的假定

1.正态性假定 响应变量在各个总体中服从正态分布

$$x_j \sim N(\mu_j, \sigma_j^2)$$

2.方差齐性假定 响应变量在各个总体中方差相同

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma^2$$

3.观测独立假定 来自于各个总体的样本数据相互独立



第二节 单因素方差分析

- 一、单因素方差分析的假设方法
- 二、总体方差的组间估计MSB
- 三、总体方差的组内估计MSW
- 四、方差估计量的比较：F检验
- 五、方差分析表（ANOVA表）
- 六、均值的多重比较
- 七、第一类错误概率累积问题
- 八、使用SPSS软件做单因素方差分析



一、单因素方差分析的假设方法

单因素方差分析的假设形式：

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

H_1 : 这些 μ 不都相等（或：至少有一对 μ 不等）

注意：方差分析的备择假设不能表述为“这些总体均值都不相等”，因为“总体均值都不相等”是“总体均值都相等”的对立情况之一，但不是全部。



一、单因素方差分析的假设方法

如果原假设为真，那么k个样本来自于同一总体：

可以得到总体样本均值： $\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{n_T}$, $n_T = n_1 + \dots + n_k$

样本方差（总平方和）： $SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2$

总平方和（总差异）可以被分解为组间平方和与组内平方和两部分：

$$SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_j - \bar{x})^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$SST = SSB + SSW$$



二、总体方差的组间估计（MSB）

总体方差的组间估计（Mean square of between groups，简记为 *MSB*）的计算公式：

$$MSB = \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2}{k - 1} = \frac{SSB}{k - 1}$$

其中，分子*SSB*称做组间平方和（Sum of squares due to between groups）。



三、总体方差的组内估计（MSW）

总体方差的组内估计（Mean square of within groups, 简记为 *MSW*）的计算公式：

$$MSW = \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)s_j^2}{n_T - k} = \frac{SSW}{n_T - k}$$

其中，分子SSW称做组间平方和（Sum of squares due to within groups）。



四、方差估计量的比较： F 检验

F 统计量

总体方差的组间估计 MSB 与总体方差的组内估计 MSW 的比值

当原假设成立时， MSB 与 MSW 分别给出总体方差的两个独立的无偏估计，且二者的比值服从 F 分布。

$$F = \frac{MSB}{MSW} = \frac{SSB/(k-1)}{SSW/(n_T - k)} \sim F(k-1, n_T - k)$$

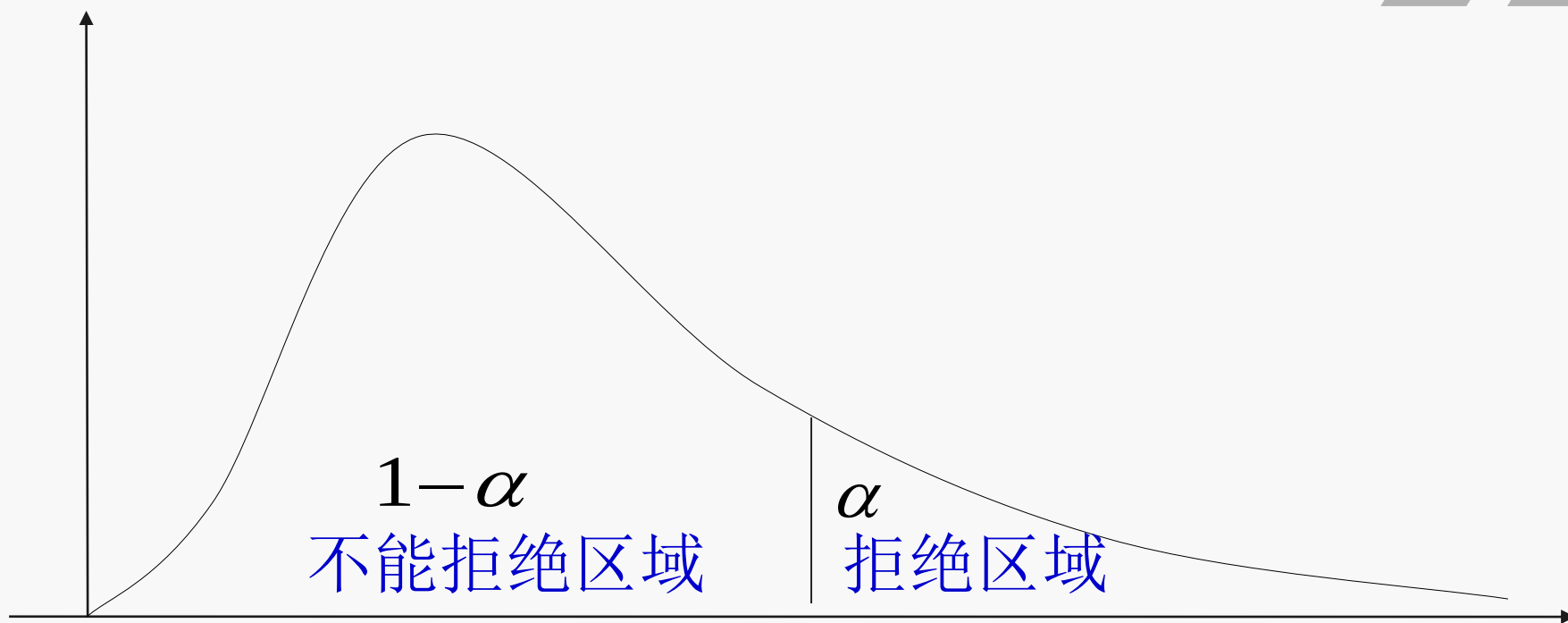


四、方差估计量的比较： F 检验

- 原假设为真时， MSB 和 MSW 均为总体方差的无偏估计量，二者的比值 F 较小；
- 原假设为假时， MSB 是总体方差的偏大估计， MSW 是总体方差的无偏估计，二者的比值 F 较大。



四、方差估计量的比较： F 检验



F 分布、临界值及原假设的拒绝规则



四、方差估计量的比较： F 检验

单因素方差分析的步骤：

1. 提出原假设和备择假设；
2. 设定显著性水平，确定临界值；
3. 计算 MSB 、 MSW 和 F 统计量；
4. 比较 F 统计量和临界值，得出检验结论。



【例】以引例为例，进行单因素方差分析，判断三种品牌割草机的工作效率是否相同。

解：提出原假设和备择假设：

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1, \mu_2, \mu_3 \text{ 不尽相等}$$

计算 MSB 、 MSW 和 F 统计量的过程如下：

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j}{k} = \frac{19.1 + 19.7 + 19.0}{3} = 19.27$$



$$SSB = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2 = 10 \times (19.1 - 19.27)^2 + 10 \times (19.7 - 19.27)^2 \\ + 10 \times (19.0 - 19.27)^2 = 2.867$$

$$MSB = \frac{SSB}{k - 1} = \frac{2.867}{3 - 1} = 1.434$$

$$MSW = \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) s_j^2}{n - k} = \frac{(10 - 1) \times 0.309 + (10 - 1) \times 0.238 + (10 - 1) \times 0.191}{30 - 3} \\ = \frac{6.642}{27} = 0.246$$



$$F = MSB / MSW = 1.434 / 0.246 = 5.829$$

设显著性水平为0.05，对应的临界值为： $F_{0.05}(2,27) = 3.35$

由于 $F = 5.829 > F_{0.05}$ ，拒绝原假设。

结论为：三种品牌割草机的工作效率不完全相等。



五、方差分析表（ANOVA表）

方差来源	平方和 Sum of squares	自由度 df	均方 Mean square	F值
组间	SSB	k-1	MSB	MSB/MSW
组内	SSW	$n_T - k$	MSW	
总差异	SST	$n_T - 1$		

方差分析的步骤比较繁杂，实践中通常将其主要计算结果整理成方差分析表，以便于进行统计决策。



五、方差分析表（ANOVA表）

总平方和（总差异）可以被分解为组间平方和与组内平方和两部分：

$$SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_j - \bar{x})^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$SST = SSB + SSW$$

因此，从算法上看，方差分析又是一个将总差异进行分解的过程。



五、方差分析表（ANOVA表）

在引例的方差分析中所给出的方差分析表为：

方差来源	平方和	自由度	均方	F 统计量值	P 值
组间	2.867	2	1.434	5.829	0.008
组内	6.640	27	0.246	—	—
总差异	9.507	29	—	—	—



六、均值的多重比较检验

- 用方差分析来检验 k 个总体均值是否相等，当拒绝原假设时，只能得出总体均值不全相等的结论。
- 在很多情况下，还要进一步检验到底是哪些总体的均值之间存在差异，这时就需要做均值的多重比较检验，即对 k 个总体均值做两两配对的均值差检验。



六、均值的多重比较检验

多重比较--Fisher LSD方法基本检验过程:

提出原假设与备择假设: $H_0: \mu_i = \mu_j, H_1: \mu_i \neq \mu_j$

构造检验统计量:

$$t = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{MSW \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}}$$

t 统计量服从自由度
为 $n_T - k$ 的 t 分布。

拒绝规则: $t < -t_{\alpha/2}$ 或 $t > t_{\alpha/2}$, 拒绝 H_0



六、均值的多重比较检验

【例】以引例为例，在0.05的显著性水平下，使用Fisher LSD方法检验A品牌与B品牌的总体工作效率是否存在差异。

提出假设： $H_0 : \mu_A = \mu_B$; $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

计算检验统计量：

$$t = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{MSW(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j})}} = \frac{19.1 - 19.7}{\sqrt{0.246 \times (\frac{1}{10} + \frac{1}{10})}} = -2.71$$



六、均值的多重比较检验

查t分布表： $-t_{\alpha/2}(27) = -t_{0.025}(27) = -2.052$

比较决策： $t = -2.71 < -t_{0.025}(27) = -2.052$

故拒绝原假设、接受备择假设，**可以认为在0.05的水平上，A品牌与B品牌总体工作效率存在显著差异。**

用同样的方法检验可以发现，A与C品牌的总体工作效率无显著差异，B与C品牌的总体工作效率存在差异显著。由于B品牌工作效率最高，且与A、C两种品牌的总体工作效率都存在显著差异，因此应当选择B品牌为采购目标。



六、均值的多重比较检验

Fisher LSD 另外一种检验形式：通过比较样本均值差与LSD的大小来决定是否拒绝原假设。

假设形式： $H_0 : \mu_i = \mu_j$ $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$

检验统计量： $\bar{x}_i - \bar{x}_j$

拒绝规则： $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > LSD$ 时，拒绝 H_0 。

$$LSD = t_{\alpha/2} \sqrt{MSW \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

t 统计量服从自由度为 $n_T - k$ 的 t 分布。



六、均值的多重比较检验

【例】以本章引例为例，使用Fisher LSD方法进行多重比较检验。

解：因为三个样本容量相等，因此计算一个LSD即可。

$$LSD = t_{\alpha/2} \sqrt{MSW \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} = 2.052 \times \sqrt{0.246 \times \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right)} = 0.46$$

$|\bar{X}_A - \bar{X}_B| = 0.6 > LSD = 0.46$ 拒绝原假设，即A与B品牌差异显著

$|\bar{X}_A - \bar{X}_C| = 0.1 < LSD = 0.46$ 不能拒绝原假设，即A与C品牌差异不显著

$|\bar{X}_B - \bar{X}_C| = 0.7 > LSD = 0.46$ 拒绝原假设，即B与C品牌差异显著



七、第一类错误概率累积问题

- ▶ 均值多重比较检验的前提是方差分析拒绝了原假设，即证明在显著性水平为 α 的条件下， k 个总体均值是不全相等的。
- ▶ 如果要在同样的显著性水平下证明在两两配对比较中，至少有一对总体均值是不等的，那么在每个配对比较时，必须使用更小的 α_0 ，因为第一类错误概率是可以累积的。
- ▶ 称方差分析使用的显著性水平，即所有配对检验集合的显著性水平为“试验性第一类错误概率”，并记为 α_{EW} ；称每个配对检验使用的显著性水平为“比较性第一类错误概率”，记为 α_0 。



七、第一类错误概率累积问题

若检验 k 个总体均值是否相等，均值多重比较共有 m 次配对检验，则根据概率计算原理有：

$$\alpha_{EW} = 1 - (1 - \alpha_0)^m$$

当 $1 - (1 - \alpha_0)^m \geq \alpha$ ，即出现了第一类错误概率累积的问题。

第一类错误概率累积的结果是：当方差分析的检验结论是“拒绝原假设、接受备择假设”，即**总体均值不都相等**，而以同样的显著性水平做总体均值的多重比较检验时，有可能每个配对检验都不拒绝原假设，即得出**各个总体均值间都相等的检验结论**。



七、第一类错误概率累积问题

处理方法：将试验性第一类错误概率 α_{EW} 平均分配到每个配对检验中，即： $\alpha_0 = \alpha_{EW} / m$ ，该方法被称为 Bonferroni修正。

在引例中，检验三种品牌割草机总体工作效率均值是否相等，须做3次配对比较，若控制 α_{EW} 不超过0.05，则每个配对比较使用的显著性水平应为： $0.05/3=0.0167$ 。



八、使用SPSS软件做单因素方差分析

以引例为例，提出假设： $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ $H_1 : \text{这些 } \mu \text{ 不都相等}$

方差分析和方差齐性检验实现过程：

- 打开数据，选择检验方法：**Analyze → Compare Means → One-Way ANOVA**;
- 设置变量：“割草面积” → **Dependent List**， “割草机品牌” → **Factor**;
- 方差齐性检验：**Options → Statistics → Homogeneity of variance test → Continue → OK**。



八、使用SPSS软件做单因素方差分析

输出结果：

Test of Homogeneity of Variances

割草面积

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.956	2	27	.397

ANOVA

割草面积

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2.867	2	1.433	5.828	.008
Within Groups	6.640	27	.246		
Total	9.507	29			



八、使用SPSS软件做单因素方差分析

以引例为例，提出假设： $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ $H_1 : \text{这些 } \mu \text{ 不都相等}$

均值多重比较检验实现过程：

- 返回到 One-Way ANOVA 窗口，选择：Post Hoc
→Tukey →Continue→OK。

输出结果：

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: 割草面积						
Tukey HSD						
(I) 品牌	(J) 品牌	Mean Difference (I- J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
A品牌	B品牌	-.6000*	.2218	.030	-1.150	-.050
	C品牌	.1000	.2218	.894	-.450	.650
B品牌	A品牌	.6000*	.2218	.030	.050	1.150
	C品牌	.7000*	.2218	.011	.150	1.250
C品牌	A品牌	-.1000	.2218	.894	-.650	.450
	B品牌	-.7000*	.2218	.011	-1.250	-.150

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

第三节 多因素方差分析

一、无交互作用的多因素方差分析

二、有交互作用的多因素方差分析

三、使用SPSS软件做多因素方差分析



第三节 多因素方差分析

多因素方差分析

是关于存在两个或两个以上因素的 k 个总体均值是否相等的假设检验。不仅要分析每个因素对实验结果的独立影响（即主效应），有时还要分析因素间结合对实验结果的影响（即交互效应）；需要针对各因素的主效应、交互效应分别提出假设。

随机化区组设计

指通过对实验单元做区组化处理，消除个体间差异对实验结果的影响。其中，区组被视为一个引进的因素，但不属于实验因素，在分析数据时不需要分析区组因素与实验因素间的交互作用。因此，多因素方差分析也可区分为有交互效应和无交互效应两类。



一、无交互作用的多因素方差分析

以引例为例，进行单因素随机区组设计：

为尽可能消除工人个体间差异的影响，随机选择**10**名工人，每人按随机顺序分别操作三个品牌的割草机工作，每种品牌得到**10**个操作数据。基于这样的实验设计，三组数据间因工人个体原因造成的差异将被消除，因为每名工人都操作了三个品牌的机器，这就是单因素随机区组化设计，每名工人是一个区组，一共有**10**个区组。由于区组因素并不是实验因素，因此一般无需做区组因素的主效应分析，以及区组因素与实验因素二者间的交互效应。



一、无交互作用的多因素方差分析

- 单因素随机化区组设计条件下，因变量总的平方和SST被分解为三个部分，即实验因素导致的处理平方和SSTR、由区组因素导致的区组平方和SSBL、由其他因素造成的误差平方和SSE。
- 该分解可表述为：

$$SST = SSTR + SSBL + SSE$$



一、无交互作用的多因素方差分析

- 用 k 表示处理的个数，用 b 表示区组的个数，用 n_T 表示总样本容量($n_T = kb$ ，即得到单因素随机化区组设计的ANOVA表。

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值
处理	SSTR	$k-1$	$MSTR=SSTR/(k-1)$	MSTR/MSE
区组	SSBL	$b-1$	$MSBL=SSBL/(b-1)$	
误差	SSE	$(k-1)(b-1)$	$MSE=SSE/(k-1)(b-1)$	
合计	SST			



一、无交互作用的多因素方差分析

$$SST = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k (x_{ij} - \bar{x})^2$$

$$SSTR = b \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

$$SSBL = k \sum_{i=1}^b (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

$$SSE = SST - SSTR - SSBL$$

式中： x_{ij} 为区组*i*中对应于处理*j*的观测值， $\bar{x}_i$ 为第*j*个处理的样本均值， $\bar{x}_j$ 为第*i*个区组的样本均值， $\bar{x}$ 为总样本均值。



一、无交互作用的多因素方差分析

【例】仍以本章引例为例，假设其为随机化区组设计实验。

	A	B	C	D	E
1	序号	单位时间割草面积（平方米）			
2		A品牌	B品牌	C品牌	区组均值
3	1	18.60	19.20	19.10	18.97
4	2	19.30	20.40	18.90	19.53
5	3	18.80	19.80	18.20	18.93
6	4	19.60	20.50	18.60	19.57
7	5	18.10	19.70	19.00	18.93
8	6	19.30	19.00	19.00	19.10
9	7	19.70	19.40	18.90	19.33
10	8	19.80	19.50	19.50	19.60
11	9	18.60	19.50	19.80	19.30
12	10	19.20	20.00	19.00	19.40
13	处理均值	19.10	19.70	19.00	19.27



一、无交互作用的多因素方差分析

计算得到方差分析表：

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值
处理	2.867	2	1.433	5.449
区组	1.907	9	0.212	
误差	4.733	18	0.263	
合计	9.507			

设显著性水平为0.05，则 F 检验的临界值 $F_{0.05}(2,18) = 3.55$ ，由于检验统计量 F 值为5.449，大于临界值，故应拒绝原假设、接受备择假设，即可以认为三个品牌割草机的总体工作效率不完全相同。



二、有交互作用的多因素方差分析

析因实验

- 是一种多因素的实验，要求有两个或两个以上因素，每个因素有两个或两个以上水平，每个处理要有两个或两个以上重复，每次实验需要施加全部因素。
- 是真正意义上的多因素实验，处理分析实验数据时，既要考虑各因素的主效应，通常也要考虑因素间的交互效应。



二、有交互作用的多因素方差分析

【例】以某保健品邮购公司所设计的检验不同快递公司及其邮费标准对订单数量影响的实验数据为例，这是一个两因素的析因实验。快递公司为因素a，有三个水平；邮费标准为因素b，有低、高两个水平，订单数量为一周7天的合计数，隔了一周后再统计一次订单数，相当于有两个复制。

因素水平		因素b（邮费标准）	
		低	高
因素a (快递公司)	A公司	12	10
		19	7
	B公司	20	17
		22	20
	C公司	11	8
		9	7



二、有交互作用的多因素方差分析

r 个复制的两因素析因实验的ANOVA表

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值
因素a	SSA	a-1	$MSA=SSA/(a-1)$	MSA/MSE
因素b	SSB	b-1	$MSB=SSB/(b-1)$	MSB/MSE
交互作用	SSAB	$(a-1)(b-1)$	$MSAB=SSAB/(a-1)(b-1)$	$MSAB/MSE$
误差	SSE	$ab(r-1)$	$MSE=SSE/ab(r-1)$	
合计	SST	$n_T - 1$		

表中， a 为因素A的水平数； b 为因素B的水平数； r 为复制的个数； n_T 为观察值的总数， $n_T = abr$ 。



二、有交互作用的多因素方差分析

$$\begin{aligned} SST &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (x_{ijk} - \bar{x})^2 & SSA &= br \sum_{i=1}^a (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \\ SSB &= ar \sum_{j=1}^b (\bar{x}_j - \bar{x})^2 & SSAB &= r \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x})^2 \\ SSE &= SST - SSA - SSB - SSAB \end{aligned}$$

式中： x_{ijk} 因素A的处理*i*和因素B的处理 *j*的第*k*次复制的观测值， $\bar{x}_i$ 为处理*i*（因素A）的样本均值， $\bar{x}_j$ 为处理 *j*（因素B）的样本均值， $\bar{x}_{ij}$ 为处理*i*与处理*j*组合的样本均值， $\bar{x}$ 为总样本均值。



二、有交互作用的多因素方差分析

【例】基于某保健品邮购公司所设计的检验不同快递公司及其邮费标准对订单数量影响的实验数据，在0.05的显著性水平下，分析快递公司、邮费标准因素，以及快递公司与邮费标准的交互作用对订单数量是否存在显著影响。

因素水平		因素b（邮费标准）	
		低	高
因素a (快递公司)	A公司	12 19	10 7
	B公司	20 22	17 20
	C公司	11 9	8 7



二、有交互作用的多因素方差分析

根据公式，计算得到保健品邮购公司两因素析因实验ANOVA表如下：

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值
因素a	302.167	2	151.083	53.324
因素b	16.333	1	16.333	5.765
交互作用	1.167	2	0.583	0.206
误差	17.000	6	2.833	
合计	336.667	11		



二、有交互作用的多因素方差分析

设显著性水平为0.05，有 $F_{0.05}(2,6) = 5.14$ ， $F_{0.05}(1,6) = 5.99$

可得到如下结论：

- ① 因素A（快递公司）对应的 F 值为53.324，大于临界值5.14，故拒绝原假设、接受备择假设，**可以认为不同快递公司间的总体订单数量不完全相等；**
- ② 因素B（邮费标准）对应的 F 值为5.765，小于临界值5.99，不能拒绝原假设，**没有充分理由认为不同的邮费标准会导致总体订单数量存在差异；**
- ③ 因素A与因素B组合对应的 F 值为0.206，小于临界值5.14，不能拒绝原假设，说明**快递公司与邮费标准对总体订单的数量没有交互影响。**



三、使用SPSS软件做多因素方差分析

操作步骤:

- 打开数据文件，选择分析方法：Analyze→General Linear Models→Univariate;
- 设置变量：因变量→Dependent Variable，各因素变量→Fixed Factor(s);
- 交互效应分析：Custom → Build Term(s)→ Interaction;
- 主效应分析：Model → Custom→ Build Term (s)→ Main effects.



三、使用SPSS软件做多因素方差分析

输出结果:

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: 割草面积

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	4.773 ^a	11	.434	1.650	.167
Intercept	11136.133	1	11136.133	42348.676	.000
brand	2.867	2	1.433	5.451	.014
worker	1.907	9	.212	.806	.617
Error	4.733	18	.263		
Total	11145.640	30			
Corrected Total	9.507	29			

a. R Squared = .502 (Adjusted R Squared = .198)

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: 订单数量

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	318.667 ^a	5	63.733	21.244	.001
Intercept	1925.333	1	1925.333	641.778	.000
快递公司	302.167	2	151.083	50.361	.000
邮费标准	16.333	1	16.333	5.444	.058
快递公司 * 邮费标准	.167	2	.083	.028	.973
Error	18.000	6	3.000		
Total	2262.000	12			
Corrected Total	336.667	11			

a. R Squared = .947 (Adjusted R Squared = .902)

